УДК 519.6

ПРЕДСТАВЛЕНИЕ ТОРГОВЫХ СИГНАЛОВ НА ОСНОВЕ АДАПТИВНОЙ СКОЛЬЗЯЩЕЙ СРЕДНЕЙ КАУФМАНА В ВИДЕ СИСТЕМЫ ЛИНЕЙНЫХ НЕРАВЕНСТВ

М.М. Дышаев, И.М. Соколинская

Рассматривается применение задачи сильной отделимости для получения решений о покупке или продаже финансовых активов, таких как акции, иностранная валюта, фьючерсы и т.д. на биржевом рынке. Для этого выполнено построение двух систем линейных неравенств, задающих области в n-мерном пространстве, которые описывают экспертные торговые сигналы на основе адаптивной скользящей средней Кауфмана.

Ключевые слова: задача сильной отделимости, фейеровское отображение, адаптивная скользящая средняя Кауфмана, торговые сигналы для робота.

Введение

В настоящее время около 40 % объема торгов на мировых биржах осуществляется роботами — программами, работающими по различным алгоритмам, призванным определить наилучший момент времени для покупки и/или продажи активов [1]. Рост автоматизации торговых операций на биржах, растущая сложность применяемых алгоритмов неуклонно ведут к повышению скорости изменения цен и усилению нестационарности в рыночных процессах. В качестве перспективной модели автоматического принятия решений на финансовом рынке является модель, основанная на задаче сильной отделимости.

Задача сильной отделимости заключается в нахождении слоя наибольшей толщины между двумя выпуклыми непересекающимися многогранниками [2]. Каждый многогранник описывается системой линейных неравенств в n-мерном пространстве. Система линейных неравенств для многогранника формируется на основании экспертных оценок. Такие оценки описывают практическое использование экспертного набора рыночных показателей следующего вида:

$$I_i = I_i(p, v, \tau),$$

где p — массив временных рядов цен по различным активам, по которым совершались сделки, v — соответствующие объемы сделок, τ — набор параметров для расчета рыночного показателя.

Для каждого рыночного показателя, как правило, существует несколько эмпирически установленных условий на значения, при которых генерируется сигнал к покупке или продаже актива. Например: «покупаем, если $I_i > 0$, продаем, если $I_i < 0$» или «покупаем, при $I_i > I_{i-1}$, продаем при $I_i < I_{i-1}$». Таким образом, из соответствующих наборов условий на значения рыночных показателей формируются две системы неравенств. Эти системы описывают две непересекающиеся области в n-мерном пространстве, где n — общее количество переменных всех используемых рыночных показателей I. Геометрически это можно представить как два выпуклых непересекающихся многогранника в n-мерном пространстве. Текущее рыночное состояние описывается точкой в этом пространстве. Если для текущего рыночного состояния одновременно выполняются все неравенства, описывающие один из многогранников, это означает, что точка рыночного состояния оказалась «внутри», и появился экспертный сигнал на покупку или продажу актива.

Как только рыночное состояние изменяется (например, на бирже заключена сделка, поменялись котировки, изменилась величина спроса или предложения и т.д.), сразу же одновременно изменяются и координаты точки, и координаты вершин многогранников в n-мерном пространстве. Таким образом, решаемая задача имеет ярко выраженный нестационарный характер.

Решение задачи сильной отделимости позволяет найти слой наибольшей толщины между указанными многогранниками и на основе этого принимать решение о покупке или продаже актива даже в том случае, когда нет «точного попадания» точки рыночного состояния в один из многогранников. В силу нестационарности исходных данных, фактически единственным эффективным методом нахождения разделяющего слоя наибольшей толщины является метод решения задачи сильной отделимости с использованием фейеровских отображений [3]. Особенностью данного метода является его высокая адаптивность к динамическому изменению исходных данных непосредственно в ходе вычислений. Недостатком указанного метода является медленная сходимость фейеровских процессов. Для преодоления этого недостатка в работах [4–6] был предложен и исследован параллельный алгоритм решения задачи сильной отделимости с использованием фейеровских отображений.

1. Пример построения системы линейных неравенств для адаптивного скользящего среднего Кауфмана

Рассмотрим пример построения системы линейных неравенств. В качестве примера будем использовать адаптивное скользящее среднее (частный случай экспоненциального скользящего среднего), разработанное Кауфманом [7]. Для удобства далее будем использовать аббревиатуру AMA (Adaptive Moving Average).

Согласно [8], экспоненциальное скользящее среднее (Exponential Moving Average, EMA) находится по рекуррентному соотношению:

$$EMA_i = a \cdot x_i + (1 - a) \cdot EMA_{i-1}, \tag{1}$$

при этом:

$EMA_0 = x_0$ — т.е. первое значение EMA принимается равным первому значению анализируемого числового ряда,

$a \in (0; 1)$ — «сглаживающий фактор».

Для учета нестационарности рыночных процессов Кауфман предложил использовать переменный «сглаживающий фактор», т.е. коэффициенты, которые зависят от текущей волатильности («изменчивости») рыночных цен. Авторами предложен следующий вид указанных коэффициентов:

$$a_i = a_i(x, n, f, s) = \left(\frac{|x_i - x_{i-n+1}|}{\sum\limits_{k=0}^{n-1} |x_{i-k} - x_{i-k-1}|} \left(\frac{2}{f+1} - \frac{2}{s+1}\right) + \frac{2}{s+1} \right)^2, \tag{2}$$

где f и s — «сглаживающие» константы, n — количество периодов (сделок) для расчета среднего. Авторы рекомендуют на практике использовать $n = 10$, $f = 2$ и $s = 30$.

Используя соотношение (1) и учитывая, что «сглаживающий фактор» Кауфмана зависит от волатильности и меняется со временем, для AMA получаем:

$$\begin{aligned} AMA_i &= a_i \cdot x_i + (1 - a_i) \cdot AMA_{i-1}, \\ AMA_{i-1} &= a_{i-1} \cdot x_{i-1} + (1 - a_{i-1}) \cdot AMA_{i-2}, \\ &\dots \\ AMA_{i-n+1} &= a_{i-n+1} \cdot x_{i-n+1} + (1 - a_{i-n+1}) \cdot AMA_{i-n}. \end{aligned} \tag{3}$$

Учитывая, что $AMA_{i-n} = x_{i-n}$ и подставляя соответствующие рекуррентные соотношения, получаем следующую формулу расчета AMA_i через значения числового ряда:

$$AMA_i = a_i x_i + \sum_{j=1}^{n-1} \left[a_{i-j} x_{i-j} \prod_{k=0}^{j-1} (1 - a_{i-k}) \right] + x_{i-n} \cdot \prod_{j=0}^{n-1} (1 - a_{i-j}). \tag{4}$$

Экспертные торговые сигналы (согласно предложениям авторов) генерируются с помощью двойной фильтрации — на основе среднеквадратичного отклонения и по направлению изменения AMA:

Покупаем, если: $\begin{cases} AMA_i - \min\limits_{i-n \dots i}(AMA) > \delta_i, \\ AMA_i > AMA_{i-1}. \end{cases}$

Продаем, если: $\begin{cases} \max\limits_{i-n \dots i}(AMA) - AMA_i > \delta_i, \\ AMA_i < AMA_{i-1}. \end{cases}$

В указанных соотношениях:

$\delta_i = K \cdot \sigma_i$ — значение фильтра,

$\sigma_i = \sqrt{\dfrac{1}{n} \sum\limits_{j=0}^{n-1} (\Delta_{i-j} - \bar{\Delta}_i)^2}$ — среднеквадратичное отклонение изменений AMA в соседних периодах.

K — доля стандартного отклонения для фильтрации, (авторы рекомендуют использовать $K = 0{,}1$ (т.е. 10 %) для рынка фьючерсов и форекс, и $K = 1$ для рынка акций).

$\Delta_i = AMA_i - AMA_{i-1}$ — разница между «соседними» значениями AMA.

$\bar{\Delta}_i = \dfrac{1}{n} \sum\limits_{j=0}^{n-1} \Delta_{i-j}$ — матожидание Δ_i за n периодов (сделок).

$\min\limits_{i-n \dots i}(AMA)$ — минимальное значение AMA за n последних периодов (сделок).

$\max\limits_{i-n \dots i}(AMA)$ — максимальное значение AMA за n последних периодов (сделок).

2. Получение системы линейных неравенств в явном виде

Рассмотрим случай построения многогранника с неравенствами, отвечающими условию «покупать».

Первое неравенство (фильтрация по среднеквадратичному отклонению):

$$AMA_i - \min_{i-n \dots i}(AMA) > \delta_i.$$

Значения AMA_i для расчета $\min\limits_{i-n \dots i}(AMA)$ и δ_i находятся с помощью рекуррентной формулы (3).

Неравенство в явном виде:

$$a_i x_i + \sum_{j=1}^{n-1}\left[a_{i-j}x_{i-j}\prod_{k=0}^{j-1}(1-a_{i-k})\right] + x_{i-n}\cdot\prod_{j=0}^{n-1}(1-a_{i-j}) - \min_{i-n\ldots i}(AMA) - \delta_i > 0,$$

или, для наглядности:

$$\begin{aligned} a_i x_i + & a_{i-1}(1-a_i)\cdot x_{i-1} + a_{i-2}(1-a_i)(1-a_{i-1})\cdot x_{i-2} + \ldots \\ \ldots + & a_{i-n+1}(1-a_i)\ldots(1-a_{i-n+2})\cdot x_{i-n+1} + x_{i-n}(1-a_i)\ldots(1-a_{i-n+1}) - \\ & - \min_{i-n\ldots i}(AMA) - \delta_i > 0. \end{aligned}$$

Для получения второго неравенства (фильтрация по направлению изменения AMA) воспользуемся рекуррентным соотношением (3):

$$AMA_i - AMA_{i-1} = a_i\cdot(x_i - AMA_{i-1}).$$

По определению $a_i > 0$, и, следовательно, условие $AMA_i > AMA_{i-1}$ тождественно неравенству $x_i - AMA_{i-1} > 0$.

Таким образом, с учетом вида (4) получаем второе неравенство в явном виде:

$$x_i - a_{i-1}x_{i-1} - \sum_{j=2}^{n}\left[a_{i-j}x_{i-j}\prod_{k=1}^{j-1}(1-a_{i-k})\right] - x_{i-n-1}\cdot\prod_{j=1}^{n}(1-a_{i-j}) > 0,$$

или, для наглядности:

$$\begin{aligned} x_i - a_{i-1}x_{i-1} - & a_{i-2}(1-a_{i-1})\cdot x_{i-2} - a_{i-3}(1-a_{i-1})(1-a_{i-2})\cdot x_{i-3} - \ldots \\ \ldots - & a_{i-n}(1-a_{i-1})\ldots(1-a_{i-n+1})\cdot x_{i-n} - x_{i-n-1}(1-a_{i-1})\ldots(1-a_{i-n}) > 0. \end{aligned}$$

Окончательно, система неравенств для построения многогранника (условие «покупать») принимает вид:

$$\begin{cases} a_i x_i + \sum\limits_{j=1}^{n-1}\left[a_{i-j}x_{i-j}\prod\limits_{k=0}^{j-1}(1-a_{i-k})\right] + x_{i-n}\cdot\prod\limits_{j=0}^{n-1}(1-a_{i-j}) - \min\limits_{i-n\ldots i}(AMA) - \delta_i > 0, \\ x_i - a_{i-1}x_{i-1} - \sum\limits_{j=2}^{n}\left[a_{i-j}x_{i-j}\prod\limits_{k=1}^{j-1}(1-a_{i-k})\right] - x_{i-n-1}\cdot\prod\limits_{j=1}^{n}(1-a_{i-j}) > 0. \end{cases}$$

Система неравенств для построения многогранника (условие «продавать»):

$$\begin{cases} a_i x_i + \sum\limits_{j=1}^{n-1}\left[a_{i-j}x_{i-j}\prod\limits_{k=0}^{j-1}(1-a_{i-k})\right] + x_{i-n}\cdot\prod\limits_{j=0}^{n-1}(1-a_{i-j}) - \max\limits_{i-n\ldots i}(AMA) + \delta_i < 0, \\ x_i - a_{i-1}x_{i-1} - \sum\limits_{j=2}^{n}\left[a_{i-j}x_{i-j}\prod\limits_{k=1}^{j-1}(1-a_{i-k})\right] - x_{i-n-1}\cdot\prod\limits_{j=1}^{n}(1-a_{i-j}) < 0. \end{cases}$$

Заключение

В данной работе проведено построение двух систем неравенств на основе экспертных сигналов, базирующихся на адаптивной скользящей средней Кауфмана. Попадание в один многогранник дает сигнал к покупке, в другой — к продаже. Наибольший интерес представляет случай отсутствия четкого экспертного сигнала, когда точка рыночного состояния оказывается не точно «внутри» одного из многогранников, описываемых системами линейных неравенств, а находится в некоторой окрестности. Принятие обоснованного решения до момента появления четкого экспертного сигнала позволит максимизировать прибыль от торговых операций. Реализация механизма генерации сигнала на покупку или продажу актива в этом случае основывается на решении задачи сильной отделимости и определении расположения точки рыночного состояния относительно слоя наибольшей толщины, разделяющего эти многогранники.

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 12-01-00452 и Фонда содействия развитию малых форм предприятий в научно-технической сфере в рамках проекта № 11533р/20979.

Литература

1. Володин, С.Н. Проблемы распространения алгоритмической торговли на крупнейших мировых биржах / С.Н. Володин // Информационно-аналитический журнал «Политическое образование». — 2012. — URL: `http://www.lawinrussia.ru/node/252999`.
2. Ту, Дж. Принципы распознавания образов / Дж. Ту, Р. Гонсалес. Пер. с англ. Под ред. Ю.И. Журавлёва. — М.: Мир, 1978. — 411 с.
3. Еремин, И.И. Фейеровские методы сильной отделимости выпуклых полиэдральных множеств / И.И. Еремин // Известия вузов. Сер. Математика. — 2006. — № 12. — С. 33–43.
4. Ершова, А.В. Параллельный алгоритм решения задачи сильной отделимости на основе фейеровских отображений / А.В. Ершова, И.М. Соколинская // Вычислительные методы и программирование: новые вычислительные технологии. — 2011. — Т. 12. № 1. — С. 423–434.
5. Ершова, А.В. О сходимости масштабируемого алгоритма построения псевдопроекции на выпуклое замкнутое множество / А.В. Ершова, И.М. Соколинская // Вестник Южно-Уральского государственного университета. Серия: Математическое моделирование и программирование. — 2011. — № 37 (254). — С. 12–21.
6. Ершова, А.В. Исследование устойчивости параллельного алгоритма решения задачи сильной отделимости на базе фейеровских отображений / А.В. Ершова, И.М. Соколинская // Вестник Южно-Уральского государственного университета. Серия: Математическое моделирование и программирование. — 2012. — № 18 (277). — С. 5–12.
7. Kaufman, P.J. Smarter Trading: Improving Performance in Changing Markets / P.J. Kaufman. — McGraw-Hill, 1995. — 257 p.
8. Hyndman, R.J. Forecasting with Exponential Smoothing. The State Space Approach / R.J. Hyndman, A.B. Koehler, J.K. Ord, R.D. Snyder. — Springer, 2008. — 360 p.

Михаил Михайлович Дышаев, начальник отдела валютного дилинга, ОАО «Челиндбанк» (Челябинск, Российская Федерация), `Mikhail.Dyshaev@gmail.com`.

Ирина Михайловна Соколинская, к.ф.-м.н., доцент, кафедра вычислительной математики, Южно-Уральский государственный университет (Челябинск, Российская Федерация), `irinasokolinsky@gmail.com`.

REPRESENTATION OF TRADING SIGNALS BASED KAUFMAN ADAPTIVE MOVING AVERAGE AS A SYSTEM OF LINEAR INEQUALITIES

M.M. Dyshaev, JSCB CHELINDBANK (Chelyabinsk, Russian Federation),
I.M. Sokolinskaya, South Ural State University (Chelyabinsk, Russian Federation)

This paper considers the adaptation of problem of strong separability for decisions about buying or selling financial assets, such as equities, currencies, futures, etc. on the stock exchange. There were constructed two systems of linear inequalities that define the regions in n-dimensional space. These systems describe the expert trading signals that based on adaptive moving average of Kaufman.

Keywords: the problem of strong separability, Fejer mapping, adaptive moving average of Kaufman, trading signals for robot.

References

1. Volodin S.N. Problemy rasprostraneniya algoritmicheskoy torgovli na krupneyshikh mirovykh birzhakh. Informatcionno-analiticheskii zhurnal "Politicheskoe obrazovanie". 2012. URL: `http://www.lawinrussia.ru/node/252999`.
2. Tu Dzh., Gonsales R. Printcipy raspoznavaniia obrazov: Per. s angl. Pod red. Iu.I. Zhuravlyova. M.: Mir, 1978. 411 p.
3. Eremin I.I. Feierovskie metody silnoi otdelimosti vypuclykh poliedralnykh mnozhestv. Izvestiia vuzov. Ser. Matematika. 2006. No 12. P. 33–43.
4. Yershova, A.V., Sokolinskaya, I.M. Parallel'nyy algoritm resheniya zadachi silnoy otdelimosti na osnove feyyerovskikh otobrazheniy. Vychislitel'nyye metody i programmirovaniye: novyye vychislitel'nyye tekhnologii. 2011. T. 12. No 1. P. 423–434.
5. Yershova, A.V., Sokolinskaya, I.M. O skhodimosti masshtabiruyemogo algoritma postroyeniya psevdoproyektsii na vypukloye zamknutoye mnozhestvo. Vestnik Yuzhno-Ural'skogo gosudarstvennogo universiteta. Seriya: Matematicheskoye modelirovaniye i programmirovaniye. 2011. No 37 (254). P. 12–21.
6. Yershova, A.V., Sokolinskaya, I.M. Issledovaniye ustoychivosti parallel'nogo algoritma resheniya zadachi sil'noy otdelimosti na baze feyyerovskikh otobrazheniy. Vestnik Yuzhno-Ural'skogo gosudarstvennogo universiteta. Seriya: Matematicheskoye modelirovaniye i programmirovaniye. 2012. No 18 (277). P. 5–12.
7. Kaufman, P.J. Smarter Trading: Improving Performance in Changing Markets. McGraw-Hill, Inc. 1995. 257 p.
8. Hyndman R.J., Koehler A.B., Ord J.K., Snyder R.D. Forecasting with Exponential Smoothing. The State Space Approach. Springer. 2008. 360 p.

Поступила в редакцию 24 сентября 2013 г.